

文章编号 1004-924X(2006)01-0127-06

单轴飞轮储能与姿态控制系统误差分析

刘治华^{1,2}, 白越^{1,2}, 黎海文¹, 贾宏光¹, 吴一辉¹

(1. 中国科学院 长春光学精密机械与物理研究所 应用光学

国家重点实验室, 吉林 长春 130033; 2. 中国科学院 研究生院, 北京 100039)

摘要:介绍了单轴飞轮储能及姿态控制一体化系统的总体构成和工作原理, 研究并推导了系统的数学模型, 分析了系统误差产生的原因, 建立了转台角度位置误差与转子安装不同轴误差、转子偏心误差、飞轮速度测量与控制误差之间的误差关系式, 并进行了误差合成。结合实际实验系统算出了各项误差, 并对比和分析了各项误差。结果表明: 影响系统位置精度的主要因素有飞轮安装不同轴误差、转动惯量误差和飞轮速度测量与控制误差等, 其中飞轮转动惯量误差和飞轮安装不同轴误差是不可控量; 而飞轮的转速测量与控制误差是可控量。最后提出了提高飞轮储能与姿态控制系统精度的主要方法, 可以通过提高位置测量传感器和速度测量传感器的分辨率, 采用先进的控制算法来降低飞轮的转速测量与控制误差。

关键词: 飞轮; 储能; 姿态控制; 误差分析

中图分类号: V448.2 **文献标识码:** A

Analysis on errors of single axis energy storage/attitude control system with double flywheels

LIU Zhi-hua^{1,2}, BAI Yue^{1,2}, LI Hai-wen¹, JIA Hong-guang¹, WU Yi-hui¹

(1. *State Key Laboratory of Applied Optics, Changchun Institute of Optics, Fine Mechanics and Physics, Chinese Academy of Sciences, Changchun 130033, China;*
2. *Postgraduate Institute of the Chinese Academy of Sciences, Beijing 100039, China*)

Abstract: The general structure and working principle of the single axis energy storage/attitude control system were introduced. The mathematical model of the system was studied and put forward; the cause of errors was analyzed; the equations of platform angular error and flywheel install error, the platform angle error and flywheel eccentricity error, the platform angle error and error of flywheel speed measurement and control were also analyzed, respectively; then every piece of errors were compounded. The actual errors were computed combined with the actual experimental system, and each error was compared and analyzed. The results show that the primary factors are the flywheel install error, flywheel eccentricity error, speed measurement error and control error etc. The install error and eccentricity error are uncontrollable factors, while the flywheel speed measurement error and control error are controllable factors. In conclusion, the primary method that can improve the attitude

收稿日期: 2005-04-22; 修订日期: 2005-11-18.

基金项目: 国家 863 计划 (No. 2002AA715061) 和中国科学院预研项目资助 (No. 42201030108)

control precision is presented; the speed measurement error and control error of flywheels can be reduced by improving the resolutions of position sensor and speed sensor, as well as adopting advanced control algorithm.

Key words: flywheel; energy storage; attitude control; error analysis

1 引言

国内外卫星姿态控制一般都是通过控制飞轮的角动量变化来控制卫星的姿态^[1],而集成能量与姿态控制系统(IPACS)是以高速旋转飞轮储存的能量和角动量来代替卫星中的化学电池储能系统和姿态执行元件,用电动发电机和电子控制设备来控制能量的输入和输出。在能量变化的同时,利用动量矩的变化进行姿态控制,从而实现卫星的轻量化和长寿命,使卫星储能系统具有高比能、高效率、高可靠性和宽工作温度范围的优点^[2-3]。

一般来说,卫星姿态控制系统的系统参数要求较高,即要求具有卫星变化平稳,位置控制精度高等特点,因此为了实现卫星的高精度控制,需要

对系统进行误差分析,找出影响系统精度的主要因素。本文以单轴飞轮储能及姿态控制系统为例,对影响系统精度的各项因素进行了分析。

2 系统构成及其工作原理

单轴飞轮储能与姿态控制系统总体结构框图如图 1 所示。从图中可知,该系统由单自由度气浮转台、上飞轮系统、下飞轮系统、真空装置及系统控制部件等组成;以单自由度气浮转台模拟卫星的单自由度旋转运动,飞轮采用同轴结构,用角位置编码器作为单轴姿态敏感器,真空罐模拟卫星运转的真空环境,直流可调稳压电源模拟太阳能电池阵列给系统供电,两个性能相同的直流无刷电动/发电机控制两个结构及参数基本相同的飞轮来完成系统的储能及单轴姿态控制^[4]。

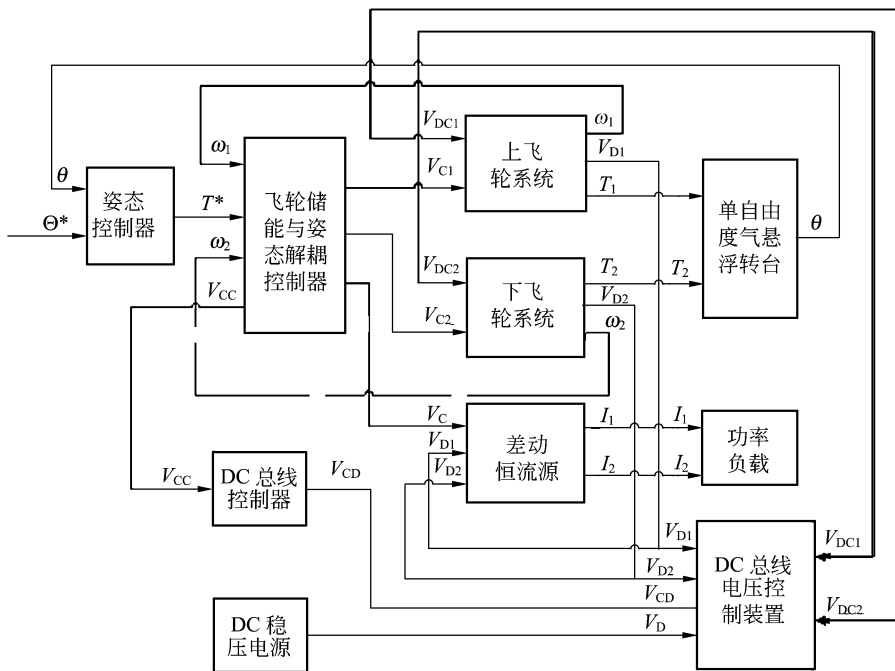


图 1 单轴飞轮储能/姿态控制系统总体结构框图

Fig. 1 Structure sketch of single axis energy storage/attitude control system with flywheels

该单轴飞轮储能与姿态控制系统是通过两个 转动惯量相同,转动方向相反的飞轮组不断地充

放电来模拟卫星工作在日阳期、日阴期及其过渡过程不同工作阶段,并且在不同工作阶段调节飞轮转速来实现单自由度气浮转台角度位置的调整和 DC 总线工作电压的稳定^[5]。设单轴飞轮储能与姿态控制系统处于稳定状态时,系统的角动量 \mathbf{H} 由三部分组成:

$$\mathbf{H} = \mathbf{H}_0 + \mathbf{h}_a + \mathbf{H}_b, \quad (1)$$

式中, \mathbf{H}_0 为上下飞轮处于冻结状态下单轴飞轮储能与姿态控制系统本体的角动量; \mathbf{h}_a 和 \mathbf{h}_b 分别为上下飞轮相对于系统的角动量。为了实现系统在能量的储存与释放过程中保持姿态不变或按要求的姿态角运动,需要飞轮组调节飞轮部件的角动量以克服外干扰力矩,同时输出有效作用力矩来确保系统的姿态和姿态角都满足技术要求。如果作用在系统上的外干扰力矩为 \mathbf{T}_d , 实现系统的姿态机动需要的有效力矩为 \mathbf{T}_e , 根据角动量定理和(1)式,则单轴飞轮储能与姿态控制系统本体角动量变化为:

$$\frac{d\mathbf{H}_0}{dt} = -\frac{d(\mathbf{h}_a + \mathbf{h}_b)}{dt} + \mathbf{T}_d + \mathbf{T}_e, \quad (2)$$

对上式两边同时积分得到:

$$\mathbf{H}_0(t) = \mathbf{H}(0) + [\mathbf{h}_a(0) - \mathbf{h}_a(t)] + [\mathbf{h}_b(0) - \mathbf{h}_b(t)] + \mathbf{H}_d(t) + \mathbf{H}_e(t), \quad (3)$$

式中 $\mathbf{H}_0(0)$ 为系统本体角动量的初值, $\mathbf{H}_d(t)$ 是干扰力矩作用于系统的力矩的积分, $\mathbf{H}_e(t)$ 是实现系统的姿态机动需要的有效力矩对时间的积分。当系统在能量的储存与释放过程中保持姿态稳定时,姿态控制使系统角动量变化为零,因此由(3)式可以得到

$$[\mathbf{h}_a(t) - \mathbf{h}_a(0)] + [\mathbf{h}_b(t) - \mathbf{h}_b(0)] = \mathbf{H}_d(t), \quad (4)$$

上式说明上下飞轮系统角动量的增量始终与外干扰力矩的积分相等,即外干扰角动量被飞轮系统吸收^[1]。当系统在能量的储存与释放过程中按要求姿态角进行调节时,姿态控制使系统角动量输出不再为零,而是 $\mathbf{H}_e(t)$, 因此由(3)式可以得到

$$[\mathbf{h}_a(t) - \mathbf{h}_a(0)] + [\mathbf{h}_b(t) - \mathbf{h}_b(0)] - \mathbf{H}_d(t) = \mathbf{H}_e(t), \quad (5)$$

上式说明上下飞轮系统角动量的增量一部分用于克服外干扰角动量,一部分用于输出有效作用力矩保证系统进行姿态机动,飞轮系统除吸收外干扰角动量外,还输出有效作用角动量。

3 系统的误差分析

在单轴飞轮储能与姿态控制系统中,用于储能和姿态控制的飞轮因工艺、安装和元器件等差别,在使用时不可避免地会对卫星产生干扰力矩,为此,需对系统进行有效控制。在单轴飞轮储能与姿态控制系统中形成干扰力矩的主要因素有反转飞轮组安装不同轴产生的误差、转动部件偏心产生的误差、飞轮速度测量与控制误差等原因产生的误差。

3.1 系统单项误差分析

3.1.1 飞轮组安装不同轴误差

当反转飞轮组安装不同轴时,系统对于旋转轴 O 的转动惯量,包括单自由度气浮转台的转动惯量 J_o' , 电子设备的转动惯量,电机定子以及飞轮转子的转动惯量等。由转动惯量公式得到当单轴转台的转轴与飞轮系统转轴平行安装时,系统对于旋转轴 O 的转动惯量 J_o' 可以表示为^[6-7]:

$$J_o' = J_a + J_b + (J_{r1} + m_{r1}x_1^2) + (J_{s1} + m_{s1}x_1^2) + (J_{r2} + m_{r2}x_2^2) + (J_{s2} + m_{s2}x_2^2), \quad (6)$$

式中 m_{s1} 为上飞轮系统电动/发电机定子的质量; m_{r1} 为上飞轮系统电动/发电机转子部分的质量; m_{s2} 为下飞轮系统电动/发电机定子的质量; m_{r2} 为下飞轮系统电动/发电机转子部分的质量; J_a, J_b 分别为上下飞轮转动惯量; J_{r1}, J_{r2} 分别为上下电机转子转动惯量; J_{s1}, J_{s2} 分别为上下电机定子转动惯量。

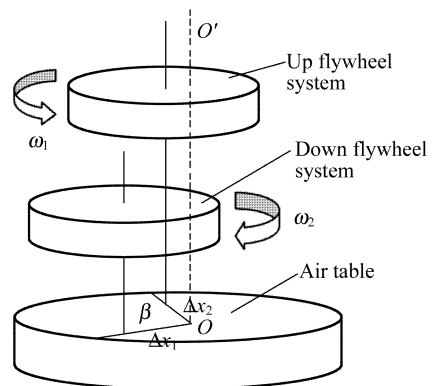


图 2 单轴转台与飞轮系统不同轴
Fig. 2 Differ axis arrangement

当反转飞轮组同轴安装时,系统对于旋转轴 O 的转动惯量 J_o 可以表示为:

$$J_o = J_a + J_b + J_{r1} + J_{s1} + J_{r2} + J_{s2}, \quad (7)$$

设实际同轴安装的两飞轮相对于系统中心转轴 O 在径向偏差分别为 Δx_1 和 Δx_2 , 如图 2 所示, Δx_1 与 Δx_2 之间的夹角 β 对系统转动惯量没有影响, 因此对于该夹角不用考虑, 由公式:

$$T_a - T_b = J_o \frac{d^2\theta}{dt^2}, \quad (8)$$

对上式进行积分可以得到:

$$\theta = \frac{(T_a - T_b)}{2J_o} t^2 + c_1 t + c_2, \quad (9)$$

由于飞轮安装不同轴误差主要引起系统总的转动惯量的改变, 因此由安装不同轴引起的角度误差为:

$$\Delta\theta = \frac{m_{r1}\Delta x_1^2 + m_{s1}\Delta x_1^2 + m_{r2}\Delta x_2^2 + m_{s2}\Delta x_2^2}{2J_o \times J_o'} \times (T_a - T_b) \times t^2, \quad (10)$$

3.1.2 上下飞轮系统偏心量误差

考虑上下飞轮系统偏心量 e_1 和 e_2 , 则由公式:

$$T_a - T_b = J_o \frac{d^2\theta}{dt^2}, \quad (11)$$

对上式进行积分可以得到:

$$\theta = \frac{(T_a - T_b)}{2J_o} t^2 + c_1 t + c_2, \quad (12)$$

由于上下飞轮系统偏心所产生的误差主要是通过影响系统总的转动惯量, 从而影响转台的角度, 故可以得到:

$$\Delta\theta = \frac{m_{r1}e_1^2 + m_{r2}e_2^2}{2J_o \times J_o'} \times (T_a - T_b) \times t^2, \quad (13)$$

3.1.3 飞轮速度测量与控制误差

本系统中转速采集模块采用数字式转速测量方法, 飞轮转速反馈由两个机械式码盘获得, 码盘条数为 200, 它将速度转换成电脉冲信号, 经过放大整形后, 获得相同频率的方波信号, 通过测量方波的频率和周期, 从而测得转速的大小。

由于所采用的机械式码盘每周的刻度数是固定的, 因此对于普通的频率法转速测量, 即根据一段时间内收到的脉冲个数计算转速, 误差为正负一个脉冲。这样的测速方法所带来的误差约为:

$$\epsilon_M = \frac{|n_M - n_M'|}{n_M} \approx \frac{|\Delta m_1|}{m_1} \leq \frac{1}{m_1}, \quad (14)$$

m_1 为测量时间内码盘脉冲个数, 为提高系统转台角度控制精度, 可以采用频率/周期法, 同样在一个设定时间内, 同时计下码盘和一个高频晶振的脉冲个数。经过设定时间后, 并不是马上停止计数, 而是等到下一个码盘脉冲到达后才停止计数, 这样最终记录的是整数个码盘脉冲。虽然晶振脉冲个数也不一定是整数, 但是由于晶振频率远高于码盘脉冲频率, 因而提高了测量精度:

$$\epsilon_{M/T} = \frac{|n_M - n_M'|}{n_M} \approx \frac{|\Delta m_3|}{m_3} \leq \frac{1}{m_3}, \quad (15)$$

m_3 为测量时间内晶振的脉冲个数, 可见测量时间相同的情况下, 后者可以有效地提高测量精度, 而且晶振的频率越高, 测量精度越高^[1]。

根据以上分析, 可以设控制系统转速测量相对误差为 $1/m$, 飞轮系统旋转转速为 ns/s , 则转速误差为:

$$\Delta\omega = \frac{2\pi n}{m}, \quad (16)$$

折算到转台的转角误差为:

$$\Delta\theta = \int_0^t \frac{J}{J_o} \times \Delta\omega \times dt = \int_0^t \frac{J}{J_o} \times \left(\frac{2\pi n}{m}\right) \times dt, \quad (17)$$

3.2 系统总误差分析

影响单轴飞轮储能与姿态控制系统位置精度的误差可以分为未定系统误差和已定系统误差两类, 其中反转飞轮组安装不同轴产生的误差和转动部件偏心产生的误差为已定系统误差, 而飞轮速度检测与控制误差等原因产生的误差为未定系统误差。按照误差合成的原则, 各项误差的相关系数为零, 则对于未定系统误差, 函数的标准差为^[8]:

$$\sigma_y = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x_1}\right)^2 \sigma_1^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial x_2}\right)^2 \sigma_2^2 + L \left(\frac{\partial f}{\partial x_n}\right)^2}, \quad (18)$$

在该系统中, $\theta = \frac{(T_a - T_b)}{2J_o} t^2 + c_1 t + c_2$, 如果飞轮初始速度为零, 则

$$\theta = \frac{(J_a \omega_a - J_b \omega_b)}{2J_o} t + c_1 t + c_2$$

$J_o = J_a + J_b + (J_{r1} + m_{r1} x_1^2) + [J_{s1} + m_{s1} (x_1 + e_1)^2] + [J_{r2} + m_{r2} (x_1 + e_2)^2] + (J_{s2} + m_{s2} x_2^2)$

令 $\theta = f[J_o(x_1, x_2, e_1, e_2), \omega_1, \omega_2]$, 则由(18)可以得到:

$$\sigma_{\theta} = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x_1}\right)^2 \sigma_{x1}^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial x_2}\right)^2 \sigma_{x2}^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial e_1}\right)^2 \sigma_{e1}^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial e_2}\right)^2 \sigma_{e2}^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial \omega_1}\right)^2 \sigma_{\omega1}^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial \omega_2}\right)^2 \sigma_{\omega2}^2}, \quad (19)$$

设总误差服从正态分布,各分误差的分布规律未知,可以按平均分布取分误差置信系数 $t_i = t_i = \sqrt{3}$, t_1 为正态分布,取置信区间 $p = 0.95$, 则 $t_1 = 1.96$, 未定系统误差的误差合成以极限误差的形式可以表示为:

$$\delta_1 = t_1 \times \sigma_1 = \frac{1.96}{1.73} \times \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial \omega_1}\right)^2 \sigma_{\omega1}^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial \omega_2}\right)^2 \sigma_{\omega2}^2} = \frac{1.96}{1.73} \sqrt{a_5 \times \delta_{\omega1}^2 + a_6 \times \delta_{\omega2}^2}, \quad (20)$$

考虑已定系统误差,可以得到系统的总误差(包括未定系统误差与已定系统误差)为:

$$\begin{aligned} \delta_{\text{总}} &= t_1 \times \sigma_1 + \delta_2 = \left(\frac{\partial f}{\partial J_o} \times \frac{\partial J_o}{\partial x_1}\right) \delta_{x1} + \\ &\left(\frac{\partial f}{\partial J_o} \times \frac{\partial J_o}{\partial x_2}\right) \delta_{x2} + \left(\frac{\partial f}{\partial J_o} \times \frac{\partial J_o}{\partial e_1}\right) \delta_{e1} + \\ &\left(\frac{\partial f}{\partial J_o} \times \frac{\partial J_o}{\partial e_2}\right) \delta_{e2} + \frac{1.96}{1.73} \times \\ &\sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial \omega_1}\right)^2 \delta_{\omega1}^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial \omega_2}\right)^2 \delta_{\omega2}^2} = \\ &a_1 \times \delta_{x1} + a_2 \times \delta_{x2} + a_3 \times \delta_{e1} + a_4 \times \delta_{e2} + \\ &\frac{1.96}{1.73} \sqrt{a_5 \times \delta_{\omega1}^2 + a_6 \times \delta_{\omega2}^2}, \quad (21) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{式中: } a_1 &= \frac{\partial f}{\partial J_o} \times \frac{\partial J_o}{\partial x_1} = -\frac{(T_a - T_b)}{J_o^2} t^2 \\ &[(m_{r1} + m_{s1}) \times x_1 + m_{s1} \times e_1] \\ a_2 &= \frac{\partial f}{\partial J_o} \times \frac{\partial J_o}{\partial x_2} = -\frac{(T_a - T_b)}{J_o^2} t^2 \\ &[(m_{r2} + m_{s2}) \times x_2 + m_{s2} \times e_2] \\ a_3 &= \frac{\partial f}{\partial J_o} \times \frac{\partial J_o}{\partial e_1} = -\frac{(T_a - T_b)}{J_o^2} t^2 \times m_{s1} \times (x_1 + e_1) \\ a_4 &= \frac{\partial f}{\partial J_o} \times \frac{\partial J_o}{\partial e_2} = -\frac{(T_a - T_b)}{J_o^2} t^2 \times m_{s2} \times (x_2 + e_2) \\ a_5 &= \left(\frac{\partial f}{\partial \omega_1}\right)^2 = \left(\frac{J_1 \times t}{2J_o}\right)^2 \\ a_6 &= \left(\frac{\partial f}{\partial \omega_2}\right)^2 = \left(\frac{J_2 \times t}{2J_o}\right)^2 \end{aligned}$$

4 实际实验系统误差分析

与前面定义相同, J_o 为反转飞轮组同轴安装时,系统对于旋转轴 O 的转动惯量;

J_o' 为单轴转台与飞轮系统不同轴平行安装时,系统对于旋转轴 O 的转动惯量;

J_1, J_2 为实际实验系统中上下飞轮转子转动惯量;

Δx_1 和 Δx_2 为实际安装时两飞轮相对于系统中心轴 O 在半径方向的位置偏差;

e_{max} 为飞轮系统做完动平衡以后,飞轮、电机转子、连轴器质量偏心造成的飞轮系统转子最大偏心;

在本实验系统里, $J_o = 1.65 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$

$$J_1 = J_2 = 0.023 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

$$\Delta x_1 = \Delta x_2 = 2.5 \times 10^{-5} \text{ m}$$

$$e_{\text{max}} = 3.1 \times 10^{-7} \text{ m}$$

$$m_{r1} = m_{r2} = 2.7 \text{ kg}$$

$$m_{s1} = m_{s2} = 2.5 \text{ kg}$$

那么,计算得到系统实际转动惯量为 $J_o' = (1.65 + 6.5 \times 10^{-9}) \text{ kg} \cdot \text{m}^2$, 则在 $t = 0.1 \text{ s}$, $\epsilon_1 = \epsilon_2 = 8.65 \text{ rad/s}^2$ 时,系统由于安装不同轴所产生的角度误差 $\Delta\theta = 1.633 \times 10^{-8} (')$;

考虑飞轮系统质量偏心,计算得到系统由于偏心实际转动惯量为 $J_o' = (1.65 + 5.189 \times 10^{-13}) \text{ kg} \cdot \text{m}^2$, 角度误差 $\Delta\theta = 1.128 \times 10^{-11} (')$;

由于本实验系统中飞轮转速测量采用的是频率法,因此在低速时误差较大,系统的最低转速为 1800 r/min , 指令周期为 0.1 s , $\Delta\omega = 0.3 \text{ rad/s}$, 因此速度测量所产生的最大误差为 $\Delta\theta = 1.505 (')$ 。

以上通过计算得到了系统的单项误差,下面进行系统的总误差的计算。

根据系统实际测量数据,得到系统各项极限误差传递系数分别为

$$a_1 = a_2 = 1.911 \times 10^{-7}$$

$$a_3 = a_4 = 9.248 \times 10^{-8}$$

$$a_5 = a_6 = 1.619 \times 10^{-6}$$

将极限误差传递系数和实验系统中各项实际误差以极限误差形式代入公式(21)得到:

$$\delta_{\text{总}} = 2.102 (')$$

从上面分析计算可以得到,影响系统位置精度最大的是速度检测与控制误差,而系统由于安装不同轴所产生的误差最小,与其它各项相比,可以忽略不计。同时也说明在系统安装调试完毕后,飞轮系统安装不同轴误差、转动部件偏心误差和飞轮转动惯量不一致误差就已经确定,而此时

影响系统精度的主要误差来源则是飞轮速度测量与控制误差,因此可以从提高飞轮速度测量与控制精度方面来提高系统的精度。

5 结 论

对于单轴飞轮储能与姿态控制一体化系统,影响系统位置精度的主要因素有飞轮安装不同轴误差、转动惯量误差和飞轮速度测量与控制误差

等。其中飞轮转动惯量误差和飞轮安装不同轴误差与国内飞轮生产工艺及其机械制造装配的整体水平有关,是不可控量;而飞轮的转速测量与控制误差则可以通过提高位置测量传感器和速度测量传感器的分辨率、采用先进的控制算法来降低,它在飞轮储能与姿态控制过程中是可控量。因此,为了实现飞轮储能与姿态控制系统的高精度控制,在保证系统储能控制器一致性较好的情况下,可以通过提高飞轮速度测量与控制精度来实现。

参考文献:

- [1] 杨宁,王昊,田蔚风,等.高精度飞轮控制系统方案分析研究[J].航天控制,2004,22(3):50-53.
YAGN N, WANG H, TIAN W F, *et al.* Analysis and research on the proposal of the high precision flywheel control system. [J]. *Aerospace Control*, 2004, 22(3):50-53. (in Chinese)
- [2] 夏永江,张云,牛睿.卫星储能/姿控一体化飞轮构型及其误差分析[J].上海航天,22(1):19-23.
XIA Y J, ZHANG Y, NIU R. Analysis on configuration and errors of integrated power and attitude control fly-wheel in satellite. [J]. *Aerospace Shanghai*, 22(1): 19-23. (in Chinese)
- [3] 贾宏光,赵华兵,白越,等.单轴储能及姿态控制一体化系统研究[J].光学精密工程,2004,12(5):504-509.
JIA H G, ZHAO H B, BAI Y, *et al.* Single axis double flywheels integrated power and attitude control system[J]. *Optics and Precision Engineering*, 2004, 12(5): 504-509. (in Chinese)
- [4] 韩邦成.单轴飞轮储能/姿态控制系统的仿真及其实验研究[D].中国科学院长春光学精密机械与物理研究所,2004.
HAN B CH. *Simulation and experiment of single axis attitude control and energy storage system with two fly-wheels*[D]. Changchun Institute of Optics, Fine Mechanics and Physics, Chinese Academy of Sciences, 2004.
- [5] KENNY B, KASCAK P. *DC bus regulation with a flywheel energy storage system*[R]. NASA/TM-2002-211897, NASA Glenn Research Center.
- [6] KASCAK P E, JANSEN R H, KENNY B, *et al.* *Single axis attitude control and DC bus regulation with two fly-wheels*[R]. IECEC 2002-20078.
- [7] 刘巧伶.理论力学[M].长春:吉林科学技术出版社,1997.
LIU Q L. *Theoretical mechanics* [M]. Changchun: Jilin Science and Technology Press 1997. (in Chinese)
- [8] 费业泰.误差理论与数据处理[M].北京:机械工业出版社,2004.
FEI Y T. *Error theory and data process* [M]. Beijing: China Machine Press 2004. (in Chinese)

作者简介:刘治华(1971—),男,河北石家庄人,现为中国科学院长春光学精密机械与物理研究所博士研究生,研究方向为微光机电集成系统;Email:liu_zh312@163.com.